

Cognome e nome..... Matricola.....

## Algoritmi e Strutture Dati (Complementi)

Appello del 30/06/2003 – Prof. Giancarlo Mauri

### Esercizio 1.

Marco e Alessandro devono dividersi equamente un'eredità. L'eredità consiste di  $n$  oggetti, il cui valore commerciale è rispettivamente uguale a  $v_1, v_2, \dots, v_n$  euro. Ogni oggetto è indivisibile, e va quindi dato interamente a Marco oppure ad Alessandro. Affinché la suddivisione sia equa, la somma del valore commerciale degli oggetti presi da Marco deve essere uguale alla somma del valore commerciale degli oggetti presi da Alessandro. Inoltre, nessun oggetto deve rimanere non assegnato: ovvero, ogni oggetto deve andare o a Marco o ad Alessandro.

Tuttavia, né Marco né Alessandro sono in grado di dire se una tale suddivisione sia possibile, e quindi vorrebbero utilizzare un algoritmo che dica loro se esiste una suddivisione equa dell'eredità.

Progettare un algoritmo di programmazione dinamica che consenta loro di risolvere il problema, scrivendo prima le equazioni di ricorrenza che esprimono una soluzione ottima e poi lo pseudo-codice dell'algoritmo. Infine, si dica qual è la complessità in tempo dell'algoritmo proposto.

### Esercizio 2.

Sia  $S = \{1, \dots, 1000\}$  l'insieme dei primi 1000 interi positivi, e sia  $I$  la famiglia di sottoinsiemi di  $S$  tale che  $A \subseteq S$  appartiene a  $I$  se e solo se:

$$\sum_{a \in A} a \equiv 0 \pmod{3}$$

ovvero se e solo se la somma di tutti gli elementi di  $A$  è divisibile per 3.

- La coppia  $(S, I)$  è un sistema di indipendenza?
- La coppia  $(S, I)$  è un matroide?

Per ciascuna delle due domande dare una dimostrazione se la risposta è affermativa, oppure un controesempio se la risposta è negativa.

**Esercizio 3.**

Mostrare la sequenza delle matrici  $D^{(k)}$  e  $\Pi^{(k)}$  calcolate dall'algoritmo di Floyd–Warshall per il grafo indicato in figura.

